

統計學・第 14 章 簡單線性迴歸  
整章練習卷・題目卷

Simple Linear Regression

時限：55 分鐘 | 總分：50 分 | 題數：5 題 | 每題標示配分與預估時間

姓名 \_\_\_\_\_ 學號 \_\_\_\_\_ 日期 \_\_\_\_\_

題型配分

題型	題數	配分	涵蓋
迴歸計算	4	各 10 分	完整配適 + 檢定 / 評估 / 信賴區間 / $R^2$ 與 $r$
概念・判讀	1	10 分	模型、線性關係、 $R^2$ 與誤差條件

計算機政策：可用一般科學計算器，不可用具通訊功能之裝置。 考試規則：獨立作答；計算題須完整列出假設、統計量、拒絕域、代值與結論（八步驟）；數值四捨五入至小數第 3 位。

第 1 題

[ 10 分・約 14 分鐘・完整配適+評估+斜率檢定]

某產品 6 個月的研發投入  $x$ （百萬元）與新增專利數  $y$ ：

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	2	4	5	4	6	9

求迴歸線、 $R^2$ ，並在  $\alpha = 0.05$  下檢定研發投入與專利數是否有線性關係。（已知  $t_{0.025,4} = 2.776$ ）

引導提示

1. 算  $S_{xy}, S_{xx}, S_{yy} \rightarrow b_1, b_0 \rightarrow \hat{y}$ 。
2.  $SSE = S_{yy} - S_{xy}^2/S_{xx}$ ,  $S_e = \sqrt{SSE/(n-2)}$ ,  $R^2 = S_{xy}^2/(S_{xx}S_{yy})$ 。
3. 檢定  $\beta_1 = 0$ :  $T = b_1/(S_e/\sqrt{S_{xx}})$ ,  $df = 4$ ;  $R = \{|T| \geq 2.776\}$ 。

作答區

第 2 題

[ 10 分 · 約 8 分鐘 · 評估 : SSE、 $S_e$ 、 $R^2$ 、 $r$  ]

某迴歸 ( $n = 8$ ) 算得  $S_{xy} = -15$ 、 $S_{xx} = 12$ 、 $S_{yy} = 30$ 。求  $b_1$ 、SSE、 $S_e$ 、 $R^2$  與相關係數  $r$  (注意  $r$  的正負)。

引導提示

1.  $b_1 = S_{xy}/S_{xx}$ ;  $SSE = S_{yy} - S_{xy}^2/S_{xx}$ 。
2.  $R^2 = S_{xy}^2/(S_{xx}S_{yy})$ ;  $r = \pm\sqrt{R^2}$ , 符號同  $S_{xy}$  (與  $b_1$ )。

作答區

第 3 題

[ 10 分 · 約 8 分鐘 · 斜率  $\beta_1$  的信賴區間 ]

某迴歸 ( $n = 10$ ) 算得  $b_1 = 2.5$ 、 $S_e = 1.2$ 、 $S_{xx} = 16$ 。求  $\beta_1$  的 95% 信賴區間，並說明此區間是否支持「有線性關係」。(已知  $t_{0.025,8} = 2.306$ )

引導提示

1.  $\beta_1$  信賴區間 =  $b_1 \pm t_{\alpha/2, n-2} \cdot \frac{S_e}{\sqrt{S_{xx}}}$ 。
2. 區間是否含 0：不含 0 雙尾下拒絕  $\beta_1 = 0$  (有線性關係)。

作答區

第 4 題

[ 10 分 · 約 6 分鐘 · 概念 · 模型與判讀 ]

簡答：

- (a) 寫出簡單線性迴歸模型，並說明最小平方法在最小化什麼。
- (b) 「檢定  $x$  與  $y$  是否有線性關係」對應檢定哪個參數？自由度多少？
- (c) 判定係數  $R^2$  的意義是什麼？它與相關係數  $r$  有何關係？ $R^2$  高是否代表  $x$  導致  $y$ ？
- (d) 寫出迴歸誤差項  $\varepsilon$  須滿足的四個條件。

作答區

第 5 題

[ 10 分 · 約 6 分鐘 ·  $R^2$  與相關係數 ]

某迴歸 ( $n = 20$ ) 算得  $S_{xy} = 48$ 、 $S_{xx} = 40$ 、 $S_{yy} = 80$ 。求斜率  $b_1$ 、判定係數  $R^2$  與相關係數  $r$ ，並用一句話解讀  $R^2$ 。

引導提示

1.  $b_1 = S_{xy}/S_{xx}$  ;  $R^2 = S_{xy}^2/(S_{xx}S_{yy})$  ;  $r = \sqrt{R^2}$  (符號同  $S_{xy}$ ) 。

作答區