

統計學·第 13 章 卡方檢定

小主題練習卷·答案卷

Chi-Square Tests

時限：35 分鐘 | 總分：30 分 | 題數：3 題 | 每題標示配分與預估時間

姓名 _____ 學號 _____ 日期 _____

第 1 題

[10 分 · 約 · 適合度 · 均等分配]

$O=18,23,16,21,18,24$ ($n=120$) ; H_0 各面 $\frac{1}{6}$; $\alpha = 0.05$ 。

解答

期望次數 $E = 120/6 = 20$ (每格)。

(1) H_0 : 各面機率 = $\frac{1}{6}$ (公正) (2) H_1 : H_0 不真 (4) $\alpha = 0.05$

(5) $R = \{\chi^2 \geq \chi_{0.05,5}^2 = 11.070\}$

$$(6) \chi^2 = \frac{(18-20)^2 + (23-20)^2 + (16-20)^2 + (21-20)^2 + (18-20)^2 + (24-20)^2}{20} = \frac{4+9+16+1+4+16}{20} = \frac{50}{20} = 2.5$$

(7) $2.5 < 11.070 \Rightarrow$ **Do not reject** H_0 (8) 無足夠證據說骰子不公正。

檢誤·易錯

適合度 $df = k - 1 = 5$ (機率全給定 $m = 0$)。 $E \geq 5$ 滿足。 χ^2 小 \rightarrow 不拒絕 (骰子可視為公正)。

第 2 題

[10 分 · 約 · 適合度 · 合併格子]

理論 $O:A:B:AB = 0.45 : 0.30 : 0.20 : 0.05$; 觀察 $25,35,10,10$ ($n=80$) ; $\alpha = 0.05$ 。

解答

期望次數 $E = 80 \times (0.45, 0.30, 0.20, 0.05) = (36, 24, 16, 4)$ 。 AB 型 $E = 4 < 5 \rightarrow$ 違反五的規則，將 **AB 併入 B** (機率 0.25 , $E = 20$, $O = 10 + 10 = 20$)。 合併後 $k = 3$:

| | O 型 | A 型 | B+AB |
|---|-----|-----|------|
| O | 25 | 35 | 20 |
| E | 36 | 24 | 20 |

(1) H_0 : 符合理論分布 (2) H_1 : 不符合 (5) $R = \{\chi^2 \geq \chi_{0.05,2}^2 = 5.991\}$

$$(6) \chi^2 = \frac{(25-36)^2}{36} + \frac{(35-24)^2}{24} + \frac{(20-20)^2}{20} = 3.36 + 5.04 + 0 = 8.40$$

(7) $8.40 \geq 5.991 \Rightarrow$ **Reject** H_0 (8) 實際血型分布與理論顯著不符。

檢誤·易錯

先檢查 $E \geq 5$ 再算；合併後格數 $k = 3$ 、 $df = k - 1 = 2$ （不是原本的 3）。合併要併「相鄰／可解釋」的類別。

第 3 題

[10 分 · 約 · 獨立性 · 2×2]

男: 吸 40/不吸 60；女: 吸 20/不吸 80； $\alpha = 0.05$ 。

解答

$E_{ij} = R_i C_j / n$ ：男吸 = $\frac{100 \times 60}{200} = 30$ 、男不吸 = 70、女吸 = 30、女不吸 = 70。

(1) H_0 ：性別與吸菸獨立 (2) H_1 ：有關聯 (5) $R = \{\chi^2 \geq \chi_{0.05,1}^2 = 3.841\}$

(6) $\chi^2 = \frac{(40-30)^2}{30} + \frac{(60-70)^2}{70} + \frac{(20-30)^2}{30} + \frac{(80-70)^2}{70} = 3.33 + 1.43 + 3.33 + 1.43 = 9.52$

(7) $9.52 \geq 3.841 \Rightarrow \text{Reject } H_0$ (8) 性別與是否吸菸有顯著關聯（不獨立）。

檢誤·易錯

2×2 表 $df = (2 - 1)(2 - 1) = 1$ 。期望次數用列總 \times 行總 \div 總和；四格 E 都 ≥ 5 免合併。