

統計學·第 13 章 卡方檢定

整章練習卷·答案卷

Chi-Square Tests

時限：50 分鐘 | 總分：50 分 | 題數：5 題 | 每題標示配分與預估時間

姓名 _____ 學號 _____ 日期 _____

第 1 題

[10 分·約·適合度 (不拒絕)]

白: 黑: 銀: 其他 = .30 : .25 : .25 : .20 ; O=70,40,55,35 (n=200) ; $\alpha = 0.05$ 。

解答

$$E = 200 \times (.30, .25, .25, .20) = (60, 50, 50, 40) \text{ (皆 } \geq 5 \text{)}。$$

(1) H_0 : 符合理論 (2) H_1 : 不符合 (5) $R = \{\chi^2 \geq \chi_{0.05,3}^2 = 7.815\}$

$$(6) \chi^2 = \frac{(70-60)^2}{60} + \frac{(40-50)^2}{50} + \frac{(55-50)^2}{50} + \frac{(35-40)^2}{40} = 1.67 + 2 + 0.5 + 0.625 = 4.79$$

(7) $4.79 < 7.815 \Rightarrow$ **Do not reject** H_0 (8) 無足夠證據說偏好與理論不符。

檢誤·易錯

$$df = k - 1 = 3 ; \chi^2 \text{ 未達臨界 } \rightarrow \text{不拒絕 (別自動寫拒絕)}。$$

第 2 題

[10 分·約·獨立性· 2×3]

年輕 50/30/20 ; 年長 30/40/30 ; $\alpha = 0.05$ 。

解答

$$E_{ij} = R_i C_j / n : \text{兩列皆 } E = (40, 35, 25) \text{ (因兩列總和都 } 100 \text{)}。$$

(1) H_0 : 年齡與品牌獨立 (2) H_1 : 有關聯 (5) $R = \{\chi^2 \geq \chi_{0.05,2}^2 = 5.991\}$

$$(6) \chi^2 = \frac{(50-40)^2}{40} + \frac{(30-35)^2}{35} + \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(30-40)^2}{40} + \frac{(40-35)^2}{35} + \frac{(30-25)^2}{25} \\ = 2.5 + 0.71 + 1 + 2.5 + 0.71 + 1 = 8.43$$

(7) $8.43 \geq 5.991 \Rightarrow$ **Reject** H_0 (8) 年齡層與品牌偏好有顯著關聯。

檢誤·易錯

$$df = (2 - 1)(3 - 1) = 2 ; \text{六格 } E \text{ 都 } \geq 5。$$

第 3 題

[10 分·約·齊一性· 2×3]

城市 37/24/19 (80) ; 鄉村 17/33/20 (70) ; n=150 ; $\alpha = 0.05$ 。

解答

$E_{ij} = R_i C_j / 150$ ：城市 (28.8, 30.4, 20.8)；鄉村 (25.2, 26.6, 18.2)。

(1) H_0 ：城鄉接受度分配相同 (2) H_1 ：不相同 (5) $R = \{\chi^2 \geq 5.991\}$

$$(6) \chi^2 = \frac{(37-28.8)^2}{28.8} + \frac{(24-30.4)^2}{30.4} + \frac{(19-20.8)^2}{20.8} + \frac{(17-25.2)^2}{25.2} + \frac{(33-26.6)^2}{26.6} + \frac{(20-18.2)^2}{18.2}$$

$$= 2.34 + 1.35 + 0.16 + 2.67 + 1.54 + 0.18 = 8.22$$

(7) $8.22 \geq 5.991 \Rightarrow \text{Reject } H_0$ (8) 城鄉對素食的接受度分配有顯著差異。

檢誤·易錯

齊一性算法同獨立性 ($E_{ij} = R_i C_j / n$ 、 $df = (r-1)(c-1) = 2$)；差別在「多母體各抽固定樣本」。

第 4 題

[10 分 · 約 · 概念 · 三檢定分工]

解答

(a) **適合度**：單一母體某類別變數是否符合特定分配；**獨立性**：同一母體兩屬性是否獨立；**齊一性**：多個母體的分配是否相同。

(b) 共用 $\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$ 。因 χ^2 越大表示 O 與 E 差越大、越該拒絕，故**右尾**。

(c) **五的規則**：每格期望次數 $E \geq 5$ 卡方近似才可靠；不足要**合併相鄰格子**，合併後格數變少、 df 隨之減少。

(d) 適合度 $df = k - 1 - m$ ($m =$ 估計參數數)；列聯表 $df = (r-1)(c-1)$ 。

檢誤·易錯

關鍵字：適合度 = 分配；獨立性 = 兩屬性關聯；齊一性 = 多母體分配相同。共用 χ^2 、右尾、 $E \geq 5$ 。

第 5 題

[10 分 · 約 · 獨立性 · 2×2 計算]

新藥痊 80/未 20；安慰劑痊 60/未 40； $\alpha = 0.05$ 。

解答

col 總和：痊癒 140、未癒 60， $n = 200$ 。 E ：兩列皆 (70, 30)。

(1) H_0 ：療法與痊癒獨立 (2) H_1 ：有關聯 (5) $R = \{\chi^2 \geq \chi_{0.05,1}^2 = 3.841\}$

$$(6) \chi^2 = \frac{(80-70)^2}{70} + \frac{(20-30)^2}{30} + \frac{(60-70)^2}{70} + \frac{(40-30)^2}{30} = 1.43 + 3.33 + 1.43 + 3.33 = 9.52$$

(7) $9.52 \geq 3.841 \Rightarrow \text{Reject } H_0$ (8) 療法與是否痊癒有顯著關聯 (新藥較有效)。

檢誤·易錯

2×2 表 $df = 1$ ； $\chi_{0.05,1}^2 = 3.841$ 。期望次數列總 \times 行總 \div 總和。