

統計學·第 12 章 變異數分析 (一因子)

小主題練習卷·答案卷

One-Way Analysis of Variance

時限：35 分鐘 | 總分：30 分 | 題數：3 題 | 每題標示配分與預估時間

姓名 _____ 學號 _____ 日期 _____

第 1 題

[10 分·約·原始資料·一因子 ANOVA]

A:6,8,8,10 ; B:8,10,10,12 ; C:10,12,12,14 ; $\alpha = 0.05$ 。

解答

組平均 $\bar{x}_A = 8, \bar{x}_B = 10, \bar{x}_C = 12$; 總平均 $\bar{x} = \frac{32 + 40 + 48}{12} = 10$ 。各組樣本變異數皆 $S_i^2 = \frac{8}{3}$ 。

(1) $H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C$ (2) $H_1 : \text{至少一組不等}$ (3) $F = \text{MSTR}/\text{MSE}$, (2, 9) (4) $\alpha = 0.05$

(5) $R = \{F \geq F_{0.05}(2, 9) = 4.26\}$

(6) $\text{SSTR} = 4(8-10)^2 + 4(10-10)^2 + 4(12-10)^2 = 32$, $\text{MSTR} = \frac{32}{2} = 16$;
 $\text{SSE} = 3(\frac{8}{3}) \times 3 = 24$, $\text{MSE} = \frac{24}{9} = 2.67$; $F = \frac{16}{2.67} = 6.0$

(7) $6.0 \geq 4.26 \Rightarrow \text{Reject } H_0$ (8) 三種教學法平均分數有顯著差異。

ANOVA 表 : 組間 $\text{SS}=32$, $\text{df}=2$, $\text{MS}=16$; 組內 $\text{SS}=24$, $\text{df}=9$, $\text{MS}=2.67$; 總和 $\text{SS}=56$, $\text{df}=11$; $F = 6.0$ 。

檢誤·易錯

SSE 用 $\sum(n_i - 1)S_i^2$; F 右尾比 4.26。SST=SSTR+SSE=56 可回頭驗算。 $F = 6.0$ 拒絕。

第 2 題

[10 分·約·摘要統計·一因子 ANOVA]

$n_i=10$; $\bar{x}=50, 55, 48, 53$; $S^2=20, 25, 18, 22$; $\alpha = 0.05$ 。

解答

n 相等 $\Rightarrow \bar{x} = \frac{50 + 55 + 48 + 53}{4} = 51.5$; $k = 4$, $n = 40$ 。

(1) $H_0 : \mu_1 = \dots = \mu_4$ (2) $H_1 : \text{至少一組不等}$ (4) $\alpha = 0.05$

(5) $R = \{F \geq F_{0.05}(3, 36) = 2.87\}$

(6) $\text{SSTR} = 10[(50-51.5)^2 + (55-51.5)^2 + (48-51.5)^2 + (53-51.5)^2] = 10(29) = 290$,
 $\text{MSTR} = \frac{290}{3} = 96.7$;

$\text{SSE} = 9(20 + 25 + 18 + 22) = 9(85) = 765$, $\text{MSE} = \frac{765}{36} = 21.25$; $F = \frac{96.7}{21.25} = 4.55$

(7) $4.55 \geq 2.87 \Rightarrow \mathbf{Reject} H_0$ (8) 四家分店平均銷售額有顯著差異。

檢誤·易錯

n 相等才能用「各組平均的算術平均」當 \bar{x} ; n 不等要用加權。MSE 分母 $n - k = 36$, 非 $n - 1$ 。

第 3 題

[10 分·約·填 ANOVA 表]

$k = 4, n = 24$; $SSTR=300$, $SST=540$; $\alpha = 0.05$ 。

解答

$SSE = SST - SSTR = 540 - 300 = 240$ 。自由度：組間 $k - 1 = 3$ 、組內 $n - k = 20$ 、總和 $n - 1 = 23$ 。

變異來源	SS	df	MS	F
組間	300	3	100	8.33
組內	240	20	12	
總和	540	23		

$MSTR = 300/3 = 100$, $MSE = 240/20 = 12$, $F = 100/12 = 8.33$ 。 $R = \{F \geq F_{0.05}(3, 20) = 3.10\}$; $8.33 \geq 3.10 \Rightarrow \mathbf{Reject} H_0$: 各處理平均有顯著差異。

檢誤·易錯

df 一定加得起來： $3 + 20 = 23$ 。 $MS=SS/df$ 別用錯分母； F 只放在組間列。