

統計學·第 12 章 變異數分析 (一因子)
整章練習卷·答案卷

One-Way Analysis of Variance

時限：50 分鐘 | 總分：50 分 | 題數：5 題 | 每題標示配分與預估時間

姓名 _____ 學號 _____ 日期 _____

第 1 題

[10 分·約·摘要統計 (不拒絕案例)]

$n_i=8$; $\bar{x}=42, 48, 45$; $S^2=30, 28, 35$; $\alpha = 0.05$ 。

解答

$$\bar{x} = \frac{42 + 48 + 45}{3} = 45; k = 3, n = 24。$$

(1) $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ (2) H_1 : 至少一組不等 (4) $\alpha = 0.05$

(5) $R = \{F \geq F_{0.05}(2, 21) = 3.47\}$

(6) $SSTR = 8[(42-45)^2 + (48-45)^2 + (45-45)^2] = 8(18) = 144$, $MSTR = 72$;
 $SSE = 7(30 + 28 + 35) = 651$, $MSE = \frac{651}{21} = 31$; $F = \frac{72}{31} = 2.32$

(7) $2.32 < 3.47 \Rightarrow$ **Do not reject** H_0 (8) 無足夠證據說三種肥料平均產量有差異。

檢誤·易錯

本題 F 未達臨界 \rightarrow **不拒絕** (別看到 ANOVA 就寫拒絕)。 $\bar{x} = 48-45$ 雖看似有差, 但相對組內變異不夠大。

第 2 題

[10 分·約·原始資料·一因子 ANOVA]

飼料 1:2,4,4,6; 2:4,6,6,8; 3:6,8,8,10; $\alpha = 0.05$ 。

解答

$$\text{組平均 } 4, 6, 8; \text{總平均 } \bar{x} = \frac{16 + 24 + 32}{12} = 6; \text{各組 } S_i^2 = \frac{8}{3}。$$

(1) $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ (2) H_1 : 至少一組不等 (4) $\alpha = 0.05$

(5) $R = \{F \geq F_{0.05}(2, 9) = 4.26\}$

(6) $SSTR = 4(4-6)^2 + 4(6-6)^2 + 4(8-6)^2 = 32$, $MSTR = 16$; $SSE = 3(\frac{8}{3}) \times 3 = 24$,
 $MSE = \frac{24}{9} = 2.67$; $F = \frac{16}{2.67} = 6.0$

(7) $6.0 \geq 4.26 \Rightarrow$ **Reject** H_0 (8) 三種飼料平均增重有顯著差異。

ANOVA 表: 組間 32/2/16; 組內 24/9/2.67; 總和 56/11; $F = 6.0$ 。

檢誤·易錯

$SST=SSTR+SSE=56$ 可驗算； F 右尾比 4.26。

第 3 題

[10 分·約·填 ANOVA 表]

$k = 3, n = 18$; $SSTR=84$, $SST=204$; $\alpha = 0.05$ 。

解答

$SSE = 204 - 84 = 120$; $df : 2, 15, 17$ 。

變異來源	SS	df	MS	F
組間	84	2	42	5.25
組內	120	15	8	
總和	204	17		

$MSTR = 84/2 = 42$, $MSE = 120/15 = 8$, $F = 42/8 = 5.25$ 。 $R = \{F \geq F_{0.05}(2, 15) = 3.68\}$; $5.25 \geq 3.68 \Rightarrow$ **Reject** H_0 。

檢誤·易錯

df 加總 $2 + 15 = 17$; $MS=SS/df$; F 只在組間列。

第 4 題

[10 分·約·概念·前提與陷阱]

解答

- 各母體**常態**、變異數未知但**相等**、樣本**獨立**。
- 兩兩做 t 檢定 (10 次) 會**累積放大整體型一誤差** α (遠大於 0.05) , 故用 ANOVA 一次檢定。
- 改用無母數的 **Kruskal-Wallis** 檢定。
- 不能**。 F 顯著只表示「至少有一組與其他不同」, 要再做**多重比較** (如 LSD/Tukey) 才能指出是哪幾組、誰大誰小。

檢誤·易錯

關鍵字：常態/等變異/獨立；多次 $t \rightarrow$ 放大；非常態 \rightarrow KW；拒絕只說「至少一組不同」。

第 5 題

[10 分·約·ANOVA 與 t 的關係]

解答

- 兩個母體用第 11 章的 t 檢定 (未知等變異 \rightarrow 聯合 t) ; 三個以上用 **ANOVA** 。
- ANOVA 為**右尾** : H_0 為假只會讓組間變異 (MSTR) 變大、 F 偏大 ; F 很小表示組間差異比組內隨機波動還小, 更不可能拒絕。

(c) $k = 2$ 時 $F = t^2$ (且 $F_{0.05}(1, \nu) = t_{0.025, \nu}^2$)，ANOVA 是等變異聯合 t 的推廣。

檢誤·易錯

$k = 2$ 時 ANOVA 與聯合 t 等價 ($F = t^2$)；ANOVA 一律右尾、單尾臨界。