

統計學・第 11 章 兩母體比較的推論
小主題練習卷・題目卷

Inference about Comparing Two Populations

時限：40 分鐘 | 總分：40 分 | 題數：4 題 | 每題標示配分與預估時間
姓名 _____ 學號 _____ 日期 _____

題型配分

題型	題數	配分	涵蓋小主題
計算・假設檢定	4	各 10 分	獨立樣本 / 成對樣本 / 變異數比值 F / 比例差

計算機政策：可用一般科學計算器，不可用具通訊功能之裝置。 考試規則：獨立作答；計算題須完整列出假設、統計量、拒絕域、代值與結論（八步驟）；數值四捨五入至小數第 3 位。

第 1 題

[10 分・約 10 分鐘・獨立樣本・聯合 t]

比較兩種教學法的測驗成績（獨立樣本、兩母體近似常態）。甲法 $n_1 = 16$, $\bar{X}_1 = 78$, $S_1^2 = 42$ ；乙法 $n_2 = 16$, $\bar{X}_2 = 72$, $S_2^2 = 38$ 。在 $\alpha = 0.05$ 下，檢定兩種教學法的平均成績是否有差異，並求 $\mu_1 - \mu_2$ 的 95% 信賴區間。（已知 $t_{0.025,30} = 2.042$ ）

引導提示

1. 先算 $S_1/S_2 = \sqrt{S_1^2/S_2^2}$ ，判斷是否落在 $[\frac{1}{2}, 2]$ → 決定用聯合 t 。
2. 聯合變異數 $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ 。
3. $T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2(1/n_1 + 1/n_2)}}$ ，自由度 $n_1 + n_2 - 2$ 。
4. 寫拒絕域 $R = \{|T| \geq t_{0.025,30}\}$ ，代值、下結論。
5. 信賴區間 $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{0.025,30} \sqrt{S_p^2(1/n_1 + 1/n_2)}$ 。

作答區

第 2 題

[10 分 · 約 10 分鐘 · 成對樣本 · 前後測]

某反應訓練前後各測一次反應時間（毫秒），6 名受試者資料如下，差異母體近似常態。在 $\alpha = 0.05$ 下，檢定訓練是否能「縮短」反應時間（右尾）。（已知 $t_{0.05,5} = 2.015$ ）

受試者	1	2	3	4	5	6
訓練前	220	215	230	210	225	218
訓練後	210	208	222	205	220	210

引導提示

1. 令 $d = \text{訓練前} - \text{訓練後}$ ，逐筆算 d_i ，求 \bar{d} 與 S_D 。
2. $H_0: \mu_D \leq 0$ (沒縮短) vs $H_1: \mu_D > 0$ (縮短)。
3. $T = \frac{\bar{d} - 0}{S_D/\sqrt{n}}$ ，自由度 $n - 1 = 5$ 。
4. $R = \{T \geq t_{0.05,5}\}$ ，代值、下結論。

作答區

第 3 題

[10 分 · 約 8 分鐘 · 變異數比值 · F 檢定]

兩條生產線的成品重量變異。A 線 $n_1 = 13$, $s_1^2 = 8.5$ ；B 線 $n_2 = 10$, $s_2^2 = 3.2$ (兩常態母體)。在 $\alpha = 0.05$ 下，檢定「A 線的變異是否大於 B 線」(右尾)。(已知 $F_{0.05}(12,9) = 3.07$)

引導提示

1. $H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ vs $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ 。
2. 檢定統計量 $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ ，自由度 $(n_1 - 1, n_2 - 1) = (12, 9)$ 。
3. $R = \{F \geq F_{0.05}(12,9)\}$ ，代值、下結論。

作答區

第 4 題

[10 分 · 約 8 分鐘 · 比例差 · Z 檢定]

比較兩種網頁廣告版本的點擊率。版本一 $n_1 = 500$ ，點擊 $X = 65$ ；版本二 $n_2 = 400$ ，點擊 $Y = 40$ 。在 $\alpha = 0.05$ 下，檢定版本一的點擊率是否高於版本二 (右尾， $p_0 = 0$)。(已知 $z_{0.05} = 1.645$)

引導提示

1. $\hat{P}_1 = X/n_1$, $\hat{P}_2 = Y/n_2$; 因 $p_0 = 0$, 用聯合比例 $\hat{p} = \frac{X+Y}{n_1+n_2}$ 。
2. $Z = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(1/n_1 + 1/n_2)}}$ 。
3. $H_0 : p_1 \leq p_2$ vs $H_1 : p_1 > p_2$; $R = \{Z \geq z_{0.05}\}$, 代值、下結論。

作答區