

# 統計學 · 第 11 章 兩母體比較的推論

## 小主題練習卷 · 答案卷

Inference about Comparing Two Populations

時限：40 分鐘 | 總分：40 分 | 題數：4 題 | 每題標示配分與預估時間

姓名 \_\_\_\_\_ 學號 \_\_\_\_\_ 日期 \_\_\_\_\_

### 第 1 題

[ 10 分 · 約 · 獨立樣本 · 聯合 t ]

甲  $n_1=16, \bar{X}_1=78, S_1^2=42$  ; 乙  $n_2=16, \bar{X}_2=72, S_2^2=38$  ,  $\alpha=0.05$  雙尾。

#### 解答

判等變異： $S_1/S_2 = \sqrt{42/38} = 1.05 \in [\frac{1}{2}, 2]$ ，採聯合  $t$ 。

$$(1) H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad (2) H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad (3) T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2(1/n_1 + 1/n_2)}} \quad (4) \alpha = 0.05$$

$$(5) R = \{|T| \geq t_{0.025, 30} = 2.042\}$$

$$(6) S_p^2 = \frac{15(42) + 15(38)}{30} = \frac{1200}{30} = 40; \quad T = \frac{78 - 72}{\sqrt{40(1/16 + 1/16)}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = 2.683$$

$$(7) 2.683 \geq 2.042 \Rightarrow \text{Reject } H_0 \quad (8) \text{ 有充分證據說兩教學法平均成績不同。}$$

**95% 信賴區間：** $6 \pm 2.042\sqrt{5} = 6 \pm 4.566 = (1.43, 10.57)$ ，不含 0，與拒絕一致。

#### 檢誤 · 易錯

等變異判斷略； $1/16 + 1/16 = 0.125$ ； $\sqrt{5} = 2.236$ 。自由度 30 不是 32。CI 不含 0 雙尾拒絕。

### 第 2 題

[ 10 分 · 約 · 成對樣本 · 前後測 ]

$d = \text{前} - \text{後} : 10, 7, 8, 5, 5, 8$  ; 右尾， $\alpha = 0.05$ 。

#### 解答

$$\sum d = 43, \bar{d} = 43/6 = 7.167; \sum d^2 = 327, S_D = \sqrt{\frac{327 - 43^2/6}{5}} = \sqrt{\frac{18.833}{5}} = 1.941。$$

$$(1) H_0: \mu_D \leq 0 \quad (2) H_1: \mu_D > 0 \text{ (縮短)} \quad (3) T = \frac{\bar{d}}{S_D/\sqrt{n}}, df = 5 \quad (4) \alpha = 0.05$$

$$(5) R = \{T \geq t_{0.05, 5} = 2.015\}$$

$$(6) T = \frac{7.167}{1.941/\sqrt{6}} = \frac{7.167}{0.792} = 9.05$$

$$(7) 9.05 \geq 2.015 \Rightarrow \text{Reject } H_0 \quad (8) \text{ 有充分證據說訓練顯著縮短反應時間。}$$

檢誤·易錯

成對只看差異  $d$ ，自由度  $n - 1 = 5$ （不是 10）。 $d =$  前 - 後，正值代表縮短，故右尾。 $S_D$  分母是  $n - 1$ 。

第 3 題

[ 10 分 · 約 · 變異數比值 · F ]

A :  $n_1=13, s_1^2=8.5$  ; B :  $n_2=10, s_2^2=3.2$  ; 右尾 ,  $\alpha = 0.05$  。

解答

(1)  $H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$  (2)  $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$  (3)  $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}, (12, 9)$  (4)  $\alpha = 0.05$

(5)  $R = \{F \geq F_{0.05}(12, 9) = 3.07\}$

(6)  $F = \frac{8.5}{3.2} = 2.656$

(7)  $2.656 < 3.07 \Rightarrow$  **Do not reject  $H_0$**  (8) 無充分證據說 A 線變異大於 B 線。

檢誤·易錯

分子放「想檢定較大」的那個 (A 線) ; 自由度順序 (分子, 分母) = (12, 9) 別對調。右尾只比上臨界值。

第 4 題

[ 10 分 · 約 · 比例差 · Z ]

版一  $n_1=500, X=65$  ; 版二  $n_2=400, Y=40$  ; 右尾  $p_0=0$  ,  $\alpha = 0.05$  。

解答

$\hat{P}_1 = 65/500 = 0.13, \hat{P}_2 = 40/400 = 0.10, \hat{p} = \frac{65 + 40}{900} = 0.1167$  。

(1)  $H_0 : p_1 \leq p_2$  (2)  $H_1 : p_1 > p_2$  (3)  $Z = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})(1/n_1 + 1/n_2)}}$  (4)  $\alpha = 0.05$

(5)  $R = \{Z \geq z_{0.05} = 1.645\}$

(6)  $Z = \frac{0.13 - 0.10}{\sqrt{0.1167(0.8833)(1/500 + 1/400)}} = \frac{0.03}{0.02154} = 1.393$

(7)  $1.393 < 1.645 \Rightarrow$  **Do not reject  $H_0$**  (8) 無足夠證據說版本一點擊率較高。

檢誤·易錯

$p_0 = 0$  才用聯合比例  $\hat{p}$  算標準誤。 $1/500 + 1/400 = 0.0045$ 。 $z_{0.05} = 1.645$  (單尾)，別誤用 1.96。