

統計學・第 11 章 兩母體比較的推論
整章練習卷・題目卷

Inference about Comparing Two Populations

時限：50 分鐘 | 總分：50 分 | 題數：5 題 | 每題標示配分與預估時間
姓名 _____ 學號 _____ 日期 _____

題型配分

題型	題數	配分	涵蓋
計算・假設檢定	4	各 10 分	非聯合 t / 成對 $+CI$ / F 雙尾 / 比例差 $p_0 \neq 0$
概念・決策	1	10 分	四條路選檢定

計算機政策：可用一般科學計算器，不可用具通訊功能之裝置。 考試規則：獨立作答；計算題須完整列出假設、統計量、拒絕域、代值與結論（八步驟）；數值四捨五入至小數第 3 位。

第 1 題

[10 分・約 12 分鐘・獨立樣本・非聯合 t]

兩班統計成績（獨立樣本、近似常態，由箱型圖判斷變異數不相等）。A 班 $n_1 = 10$, $\bar{X}_1 = 82$, $S_1^2 = 120$ ；B 班 $n_2 = 14$, $\bar{X}_2 = 75$, $S_2^2 = 25$ 。 $\alpha = 0.05$ 雙尾，檢定兩班平均成績是否不同。（已知 $t_{0.025,11} = 2.201$ ）

引導提示

1. 變異數不等 \rightarrow 非聯合 t ，標準誤 $\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}$ 。
2. Satterthwaite 自由度 $\nu = \frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$ ，取整。
3. $T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$ ； $R = \{|T| \geq t_{0.025,11}\}$ ，代值、下結論。

作答區

第 2 題

[10 分 · 約 10 分鐘 · 成對樣本 · 檢定 + 信賴區間]

以 8 對雙胞胎比較兩種學習方法的測驗分數，令 $d =$ 方法 A $-$ 方法 B，整理得 $n = 8$ ， $\sum d = 24$ ， $\sum d^2 = 110$ （差異母體近似常態）。 $\alpha = 0.05$ 雙尾，檢定兩法是否有差異，並求 μ_D 的 95% 信賴區間。（已知 $t_{0.025,7} = 2.365$ ）

引導提示

1. $\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$ ； $S_D = \sqrt{\frac{\sum d^2 - (\sum d)^2/n}{n-1}}$ 。
2. $T = \frac{\bar{d}}{S_D/\sqrt{n}}$ ，自由度 $n-1 = 7$ ； $R = \{|T| \geq t_{0.025,7}\}$ 。
3. 信賴區間 $\bar{d} \pm t_{0.025,7} S_D/\sqrt{n}$ 。

作答區

第 3 題

[10 分 · 約 8 分鐘 · 變異數比值 · F 雙尾]

兩機台加工直徑的變異。機台一 $n_1 = 16$, $s_1^2 = 0.025$; 機台二 $n_2 = 21$, $s_2^2 = 0.010$ (兩常態母體)。 $\alpha = 0.05$ 雙尾, 檢定兩機台的變異數是否相等。(已知 $F_{0.025}(15, 20) = 2.57$, $F_{0.025}(20, 15) = 2.76$)

引導提示

1. $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ vs $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$; $F = S_1^2/S_2^2$, 自由度 (15, 20)。
2. 雙尾拒絕域 $R = \{F \geq F_{0.025}(15, 20) \text{ 或 } F \leq 1/F_{0.025}(20, 15)\}$ (左尾用倒數、自由度對調)。
3. 代值、下結論。

作答區

第 4 題

[10 分 · 約 8 分鐘 · 比例差 · $p_0 \neq 0$]

某新藥與安慰劑的治癒率。新藥 $n_1 = 200$, 治癒 $X = 150$; 安慰劑 $n_2 = 200$, 治癒 $Y = 120$ 。廠商宣稱「新藥治癒率比安慰劑高出 10% 以上」。 $\alpha = 0.05$, 右尾檢定 $p_1 - p_2 > 0.10$ 。(已知 $z_{0.05} = 1.645$)

引導提示

1. $p_0 = 0.10 \neq 0 \rightarrow$ 不用聯合比例, 標準誤用各自 $\hat{P}_i : \sqrt{\frac{\hat{P}_1(1 - \hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1 - \hat{P}_2)}{n_2}}$ 。
2. $Z = \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - 0.10}{SE}$; $R = \{Z \geq z_{0.05}\}$ 。
3. 代值、下結論。

作答區

第 5 題

[10 分 · 約 6 分鐘 · 概念 · 選檢定]

下列各情境應採用本章哪一種推論方法？簡述理由（含檢定統計量與自由度）。

- (a) 對同一群人在飲食計畫前、後各測一次膽固醇，比較平均值是否改變。
- (b) 以兩個獨立大樣本比較甲、乙兩候選人的支持率是否不同。
- (c) 兩常態母體、 σ 未知，樣本算得 $S_1/S_2 = 1.3$ ，比較兩母體平均數。
- (d) 檢定兩台機器的加工「精密度（變異）」是否相同。

作答區