

**統計學 · 第 11 章 兩母體比較的推論**  
**整章練習卷 · 答案卷**

Inference about Comparing Two Populations

時限：50 分鐘 | 總分：50 分 | 題數：5 題 | 每題標示配分與預估時間

姓名 \_\_\_\_\_ 學號 \_\_\_\_\_ 日期 \_\_\_\_\_

**第 1 題**

[ 10 分 · 約 · 獨立樣本 · 非聯合 t ]

A :  $n_1=10, \bar{X}_1=82, S_1^2=120$  ; B :  $n_2=14, \bar{X}_2=75, S_2^2=25$  ; 變異數不等,  $\alpha=0.05$  雙尾。

**解答**

$$S_1/S_2 = \sqrt{120/25} = 2.19 > 2, \text{採非聯合 } t \circ \frac{S_1^2}{n_1} = 12, \frac{S_2^2}{n_2} = \frac{25}{14} = 1.786 \circ$$

(1)  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  (2)  $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$  (4)  $\alpha = 0.05$

(3,5)  $\nu = \frac{(12 + 1.786)^2}{\frac{12^2}{9} + \frac{1.786^2}{13}} = \frac{190.05}{16 + 0.245} = 11.7 \rightarrow 11; R = \{|T| \geq t_{0.025,11} = 2.201\}$

(6)  $T = \frac{82 - 75}{\sqrt{12 + 1.786}} = \frac{7}{3.713} = 1.885$

(7)  $1.885 < 2.201 \Rightarrow$  **Do not reject**  $H_0$  (8) 無充分證據說兩班平均成績不同。

**檢誤 · 易錯**

非聯合標準誤是  $\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}$ , 別用聯合  $S_p^2$ 。Satterthwaite  $\nu$  取整且偏小(11.7  $\rightarrow$  11)。

**第 2 題**

[ 10 分 · 約 · 成對 · 檢定 + CI ]

$n=8, \sum d=24, \sum d^2=110$  ;  $\alpha=0.05$  雙尾。

**解答**

$$\bar{d} = 24/8 = 3 ; S_D = \sqrt{\frac{110 - 24^2/8}{7}} = \sqrt{\frac{38}{7}} = 2.330 \circ$$

(1)  $H_0 : \mu_D = 0$  (2)  $H_1 : \mu_D \neq 0$  (3)  $T = \frac{\bar{d}}{S_D/\sqrt{n}}$ ,  $df = 7$  (4)  $\alpha = 0.05$

(5)  $R = \{|T| \geq t_{0.025,7} = 2.365\}$

(6)  $T = \frac{3}{2.330/\sqrt{8}} = \frac{3}{0.824} = 3.642$

(7)  $3.642 \geq 2.365 \Rightarrow$  **Reject**  $H_0$  (8) 有充分證據說兩種學習方法分數不同。

**95% 信賴區間** :  $3 \pm 2.365(0.824) = 3 \pm 1.95 = (1.05, 4.95)$ , 不含 0, 與拒絕一致。

檢誤·易錯

用「短公式」 $S_D^2 = \frac{\sum d^2 - (\sum d)^2/n}{n-1}$  較快。自由度  $n-1=7$ ；CI 半寬  $= t \cdot S_D/\sqrt{n}$ 。

### 第 3 題

[ 10 分 · 約 · 變異數比值 · F 雙尾 ]

一： $n_1=16, s_1^2=0.025$ ；二： $n_2=21, s_2^2=0.010$ ； $\alpha=0.05$  雙尾。

解答

(1)  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  (2)  $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$  (3)  $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}, (15, 20)$  (4)  $\alpha = 0.05$

(5)  $R = \{F \geq F_{0.025}(15, 20) = 2.57 \text{ 或 } F \leq \frac{1}{F_{0.025}(20, 15)} = \frac{1}{2.76} = 0.362\}$

(6)  $F = \frac{0.025}{0.010} = 2.5$

(7)  $0.362 < 2.5 < 2.57 \Rightarrow$  **Do not reject**  $H_0$  (8) 無足夠證據說兩機台變異數不同。

檢誤·易錯

雙尾兩邊都要比：上臨界 2.57、下臨界用倒數  $1/F_{0.025}(20, 15)$  (自由度對調)。2.5 很接近上臨界但未超過。

### 第 4 題

[ 10 分 · 約 · 比例差 ·  $p_0 \neq 0$  ]

新藥  $n_1=200, X=150$ ；安慰劑  $n_2=200, Y=120$ ；右尾  $p_0=0.10, \alpha=0.05$ 。

解答

$\hat{P}_1 = 150/200 = 0.75, \hat{P}_2 = 120/200 = 0.60$ 。因  $p_0 \neq 0$ ，標準誤用各自  $\hat{P}_i$ 。

(1)  $H_0: p_1 - p_2 \leq 0.10$  (2)  $H_1: p_1 - p_2 > 0.10$  (4)  $\alpha = 0.05$

(3,5)  $Z = \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - 0.10}{\sqrt{\frac{0.75(0.25)}{200} + \frac{0.60(0.40)}{200}}}$ ;  $R = \{Z \geq z_{0.05} = 1.645\}$

(6)  $SE = \sqrt{0.0009375 + 0.0012} = 0.0462$ ;  $Z = \frac{0.15 - 0.10}{0.0462} = 1.081$

(7)  $1.081 < 1.645 \Rightarrow$  **Do not reject**  $H_0$  (8) 無足夠證據支持「高出 10% 以上」。

檢誤·易錯

$p_0 \neq 0$  (這裡 0.10) 就不合併  $\hat{p}$ ；分子要減  $p_0$  不是減 0。差 0.15 雖大，但要扣掉宣稱的 0.10 後才比臨界值。

### 第 5 題

[ 10 分 · 約 · 概念 · 選檢定 ]

解答

- (a) **成對樣本  $t$** ：同一群人前後測，相依；看差異  $\mu_D$ ， $T = \bar{d}/(S_D/\sqrt{n})$ ，自由度  $n - 1$ 。
- (b) **兩母體比例差  $Z$** ：兩獨立大樣本比比例； $p_0 = 0$  用聯合  $\hat{p}$  算標準誤。
- (c) **聯合  $t$** ： $\sigma$  未知且  $S_1/S_2 = 1.3 \in [\frac{1}{2}, 2]$  視為等變異； $\nu = n_1 + n_2 - 2$ 。
- (d)  **$F$  檢定**：精密度即變異，研究  $\sigma_1^2/\sigma_2^2$ ； $F = S_1^2/S_2^2$ ，自由度  $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ 。

檢誤·易錯

決策關鍵字：「前後／配對」→ 成對；「比例／比率」→ 比例差  $Z$ ；「變異／精密度／一致」→  $F$ ；平均數差先問獨立或成對，獨立再看  $\sigma$  與  $S_1/S_2$ 。